

Вариант 0.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1 , а M делит ребро BC в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; 0; 2)$, $\mathbf{b}(-3; 4; 3)$, $\mathbf{c}(4; -5; -4)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; 1; 1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 9\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-1; 1; 2)$, $\mathbf{b}(3; -2; -2)$, $\mathbf{c}(4; -7; -3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 8; 6)$, $B(-1; 9; 7)$, $C(15; 6; 5)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A_1(-9; 1; -17)$, $A_2(-8; 4; -9)$, $A_3(-9; 2; -7)$, $A_4(-6; 7; -8)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-4; 7; -4)$, $B(-1; 9; -3)$, $C(-3; 10; -2)$, и найти расстояние от точки $S(-3; 6; 2)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(4; -3; 8)$ перпендикулярно плоскостям $-x + 4y = 7$ и $x + 3y - z = 8$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 9; 5)$, $B(6; 16; -4)$, $C(-2; 5; 10)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + y + 2z - 30 = 0 \\ -x - 2y - 3z + 7 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-47; -6; -25)$ на плоскость $-10x - 2y - 7z = 45$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{-1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-2}{3}$ и плоскостью $\pi : -2x - y - 2z + 9 = 0$.

Вариант 1.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении $2 : 3$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-4; 4; 1)$, $\mathbf{b}(6; -3; 5)$, $\mathbf{c}(3; -1; 4)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(9; -4; 9)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 8\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 6\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(4; -1; 3)$, $\mathbf{b}(-1; 1; -1)$, $\mathbf{c}(-13; 6; -8)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 9; 1)$, $B(8; 10; 0)$, $C(3; 8; 3)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R . $P(-9; 2; 2)$, $Q(-11; 4; 3)$, $R(-9; -7; 12)$, $S(-6; -1; 0)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(2; 3; -5)$, $B(5; -7; -7)$, $C(1; 6; -4)$, $S(5; 2; 7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(8; -1; -7)$ перпендикулярно плоскостям $-x + y - 3z + 3 = 0$ и $-5x + 3y - 8z + 5 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 5; 5)$, $B(1; 6; 3)$, $C(2; 8; 0)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + 3y - 7z + 15 = 0 \\ -x + 2y - 6z + 18 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(0; -7; -6)$ относительно плоскости $-x - 5y - 6z - 40 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{3} = \frac{y+8}{-1} = \frac{z-2}{2}$ и плоскостью $\pi : -x - 2y + 3z = 3$.

Вариант 2.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC , а M делит ребро $D_1 C_1$ в отношении $3 : 2$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; 1; -3)$, $\mathbf{b}(-1; -1; -3)$, $\mathbf{c}(3; 4; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(7; 7; 3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 8\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-6; 7; 4)$, $\mathbf{b}(-1; 2; 1)$, $\mathbf{c}(24; -19; -9)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 2; 1)$, $B(7; 5; -8)$, $C(8; 3; 0)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(-8; 4; -7)$, $B(-6; 11; -16)$, $D(-9; 2; -4)$, $A_1(-5; 9; -14)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(6; 1; -3)$, $B(3; -1; -12)$, $C(5; 0; -5)$, и найти расстояние от точки $S(-7; 0; -8)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(2; -3; 9)$ параллельно прямым $\frac{x-3}{-9} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-1}$ и $\frac{x-5}{-1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-6}{0}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 2; 6)$, $B(10; -2; -1)$, $C(10; -1; 1)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y + 5 = 0 \\ -x - 5y + z + 4 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(14; -33; -5)$ на плоскость $-5x + 10y - z + 17 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{-3} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{3}$ и плоскостью $\pi : -x - 2y + z = -9$.

Вариант 3.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD , а M делит ребро BB_1 в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; 2; -3)$, $\mathbf{b}(2; 4; -3)$, $\mathbf{c}(1; 1; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-6; -8; 8)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 6$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(1; -4; 2)$, $\mathbf{b}(1; -7; 3)$, $\mathbf{c}(0; 7; 1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 4; 5)$, $B(6; 2; 6)$, $C(1; 3; 5)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(7; 0; 0)$, $A_2(12; 3; 4)$, $A_4(3; -4; -5)$, $B_1(2; -1; -1)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-6; 3; 4)$, $B(-10; 2; 3)$, $C(-3; 4; 4)$, $S(-1; 2; -6)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(5; 0; -7)$ параллельно прямым $\frac{x+8}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{0}$ и $\frac{x+2}{7} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 8; 4)$, $B(16; -1; 2)$, $C(13; 3; 3)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y - 7z - 3 = 0 \\ -x + 2y + 10z + 3 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-2; -2; 4)$ относительно плоскости $-3x + 9y - 2z - 27 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{-1} = \frac{y+6}{-2} = \frac{z+8}{-1}$ и плоскостью $\pi : -x + y + 3z - 7 = 0$.

Вариант 4.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 D_1$, а M делит ребро CC_1 в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-4; -3; 3)$, $\mathbf{b}(2; 1; -1)$, $\mathbf{c}(1; 1; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-9; -9; 8)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-7; 4; 4)$, $\mathbf{b}(-4; -6; 5)$, $\mathbf{c}(-2; 1; 1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 0; 3)$, $B(8; 3; 0)$, $C(1; -2; 7)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(8; 0; 9)$, $B(4; 9; 14)$, $D(9; -3; 7)$, $A_1(11; -8; 5)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(0; 8; 1)$, $B(-7; 9; 0)$, $C(-2; 9; 1)$, $S(-4; 5; -3)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(10; -4; 4)$ перпендикулярно плоскостям $x + 5y - z = 3$ и $x - 4y = -3$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 6; 2)$, $B(6; 9; 3)$, $C(3; 13; 4)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -2x + 4y - z + 24 = 0 \\ x + 3y + 19 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-4; -3; -3)$ относительно плоскости $-x + 4y + z = -2$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{-2} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+6}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x - 2y - z = -11$.

Вариант 5.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; -2; 4)$, $\mathbf{b}(4; 3; 1)$, $\mathbf{c}(4; 6; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(8; -2; 9)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 5\mathbf{a} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(0; 2; -3)$, $\mathbf{b}(-3; 1; -6)$, $\mathbf{c}(2; -4; 7)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 0; 9)$, $B(3; 2; 2)$, $C(6; 1; 7)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(-6; 3; -5)$, $B(-9; -2; -4)$, $D(-4; 6; -6)$, $A_1(-15; -1; 3)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0; 6; -1)$, $B(3; 8; 0)$, $C(-2; 7; 0)$, и найти расстояние от точки $S(-8; -5; 3)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(5; -2; -9)$ параллельно прямым $\frac{x-6}{1} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z+8}{-1}$ и $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+5}{-1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 4; 1)$, $B(6; 3; 2)$, $C(13; 6; -2)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y - 3 = 0 \\ -2x + 2y + z + 7 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(22; -3; -15)$ на плоскость $5x - 2y - 4z + 4 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{2} = \frac{y+4}{5} = \frac{z-1}{-4}$ и плоскостью $\pi : -x - y + z = -13$.

Вариант 6.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1 , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(0; 2; 1)$, $\mathbf{b}(-3; 5; -2)$, $\mathbf{c}(-1; 1; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-3; 3; -3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - 9\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-10; 5; 12)$, $\mathbf{b}(3; -2; -6)$, $\mathbf{c}(4; -2; -5)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 4; 9)$, $B(6; 14; 9)$, $C(4; 1; 10)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины D . $A(2; -3; 3)$, $B(7; -1; -6)$, $C(4; -2; 4)$, $D(7; -1; 6)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-2; -2; 0)$, $B(7; -1; 1)$, $C(6; -1; 2)$, $S(5; -2; 4)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-2; 4; -1)$ перпендикулярно плоскостям $2x - y - 3z - 8 = 0$ и $-3x + 2y + 5z - 2 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 7; 2)$, $B(1; 5; -1)$, $C(-3; 14; 12)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 5x + y + 2z + 13 = 0 \\ -4x - y - z - 18 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(6; 2; -6)$ относительно плоскости $-3x + y + 4z + 1 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{5} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{2}$ и плоскостью $\pi : -x - y - z = -6$.

Вариант 7.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $D_1 C_1$, а M делит ребро AD в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; 1; 1)$, $\mathbf{b}(-1; -2; -3)$, $\mathbf{c}(2; 4; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; 1; 1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-1; -2; 3)$, $\mathbf{b}(1; 1; -3)$, $\mathbf{c}(-1; 7; -1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 3; 7)$, $B(7; 0; 5)$, $C(6; 4; 6)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2 . $A_1(2; -9; -5)$, $A_2(-1; -5; -9)$, $A_3(4; -8; -8)$, $A_4(5; -7; -10)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-2; 7; 0)$, $B(-5; 6; 1)$, $C(-9; 4; 2)$, $S(-5; 7; -2)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(2; 1; -4)$ параллельно прямым $\frac{x+2}{-9} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-5}{-1}$ и $\frac{x+7}{-7} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z-4}{-1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 8; 5)$, $B(2; 7; 4)$, $C(5; 6; 2)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x - 2y + 5z - 16 = 0 \\ x - y + 2z - 5 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-8; 18; -17)$ на плоскость $-9x + 10y - 7z = -89$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{-1} = \frac{y+6}{1} = \frac{z-8}{-1}$ и плоскостью $\pi : -3x + 3y - 2z + 8 = 0$.

Вариант 8.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1 , а M делит ребро AD в отношении $2 : 1$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; 3; -3)$, $\mathbf{b}(-3; -2; 1)$, $\mathbf{c}(-2; 0; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(3; -3; 4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 6\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-4; -6; 3)$, $\mathbf{b}(6; 11; -6)$, $\mathbf{c}(-3; -4; 2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 8; 3)$, $B(11; 9; 0)$, $C(16; 12; -5)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(7; -6; 0)$, $B(5; 3; 5)$, $D(5; -3; 1)$, $A_1(4; 1; 3)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-1; -4; 0)$, $B(0; -5; -1)$, $C(-4; 0; 5)$, $S(7; 7; 3)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(1; 2; -1)$ перпендикулярно плоскостям $5x + 2y - z = 5$ и $7x + 3y - 3z = -1$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 7; 7)$, $B(9; 8; 3)$, $C(13; 9; 0)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -2x - 3y + z + 6 = 0 \\ 3x + 4y + 2z + 4 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-27; -33; -4)$ на плоскость $-7x - 9y - 2z + 42 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{1} = \frac{y+7}{-1} = \frac{z}{2}$ и плоскостью $\pi : -4x - 2y - 3z = 14$.

Вариант 9.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $B_1 C_1$, а M делит ребро DD_1 в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; 2; 1)$, $\mathbf{b}(1; -3; -2)$, $\mathbf{c}(-5; 4; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; -2; -3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{b} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(3; -3; -2)$, $\mathbf{b}(1; -3; -3)$, $\mathbf{c}(-3; 2; 5)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 6; 3)$, $B(1; 1; 4)$, $C(2; 7; 3)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_2 A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4 . $A_1(0; -8; -3)$, $A_2(3; -9; -5)$, $A_3(-8; -6; 0)$, $A_4(2; -11; -8)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(6; -4; 9)$, $B(8; -5; 10)$, $C(1; -6; 10)$, и найти расстояние от точки $S(4; -1; -4)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(7; 6; 2)$ параллельно прямой $\frac{x+6}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-5}{2}$ и перпендикулярно плоскости $x + 3y + z - 6 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 7; 7)$, $B(14; 5; 14)$, $C(7; 8; 4)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 3y - z + 13 = 0 \\ x - y - 3 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(5; -20; 12)$ на плоскость $-2x - 7y + 10z + 56 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$ и плоскостью $\pi : -3x + 3y - z + 5 = 0$.

Вариант 10.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD , а M делит ребро BB_1 в отношении $2 : 3$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; -3; 3)$, $\mathbf{b}(-2; 1; 1)$, $\mathbf{c}(-3; 0; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-3; -1; 1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + 8\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-2; 3; -3)$, $\mathbf{b}(3; -5; 4)$, $\mathbf{c}(-6; 5; -9)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 0; 8)$, $B(3; -1; 8)$, $C(1; -6; 9)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ACD и высоту, опущенную на эту грань из вершины B . $A(-1; -2; 0)$, $B(-2; -3; 4)$, $C(0; 0; -5)$, $D(1; 1; 6)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-2; 9; -1)$, $B(0; 8; 5)$, $C(1; 8; 6)$, $S(0; 0; -2)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-8; -2; -6)$ параллельно прямой $\frac{x-3}{-2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-6}{-2}$ и перпендикулярно плоскости $-x + 2y + 3z = -3$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 5; 3)$, $B(7; 6; 0)$, $C(4; 4; 7)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -7x - y - 5z = 0 \\ -4x - y - 3z + 1 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-20; 18; -9)$ относительно плоскости $-7x + 9y - 2z + 15 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi : -3x - y - 2z = -13$.

Вариант 11.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $D_1 C_1$, а M делит ребро AD в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; 4; 5)$, $\mathbf{b}(-2; 3; 5)$, $\mathbf{c}(2; -2; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-2; 4; 7)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - 5\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{a} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(2; 3; 1)$, $\mathbf{b}(5; 5; 1)$, $\mathbf{c}(-3; -2; -3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 9; 1)$, $B(-4; 12; 3)$, $C(13; 7; 0)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(0; 8; -1)$, $B(7; 5; -3)$, $D(10; 10; -4)$, $A_1(-10; 10; 2)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(5; -2; -2)$, $B(6; -1; -2)$, $C(4; -6; -1)$, $S(-5; 8; 3)$:
 - а) составить уравнение плоскости ABC ,
 - б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(7; -6; 9)$ перпендикулярно плоскостям $5x + 7y + 2z = 6$ и $2x + 3y + z + 4 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 5; 1)$, $B(9; 4; 4)$, $C(7; 7; -3)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x - 2y + z - 9 = 0 \\ 2x - y + 4z + 1 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(3; -23; -18)$ на плоскость $2x - 5y - 3z - 23 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{-1} = \frac{y+8}{-2} = \frac{z}{1}$ и плоскостью $\pi : 2x + y + 2z = 2$.

Вариант 12.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $D_1 C_1$, а M делит ребро AA_1 в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; 1; 1)$, $\mathbf{b}(-5; 0; 3)$, $\mathbf{c}(2; -3; 0)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(3; -9; 3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{a} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(3; -2; -2)$, $\mathbf{b}(2; -1; -5)$, $\mathbf{c}(-6; 1; 4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 8; 3)$, $B(0; 13; 10)$, $C(5; 10; 6)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(-3; 7; 7)$, $B(0; 9; 12)$, $D(-1; 10; 6)$, $A_1(1; 12; 8)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-3; -6; -9)$, $B(-2; -3; -9)$, $C(-4; -10; -8)$, и найти расстояние от точки $S(-6; 6; 3)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(2; -5; 6)$ перпендикулярно плоскостям $x + y - 3z = 2$ и $x + 2y + 2z = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 2; 3)$, $B(6; 1; 4)$, $C(11; 3; 1)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 5y + z - 22 = 0 \\ -x - 3y - 29 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(9; -2; 0)$ относительно плоскости $9x + 5y - 6z = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{-1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-8}{-2}$ и плоскостью $\pi : 2x - 3y - z = 1$.

Вариант 13.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 B_1$, а M делит ребро CC_1 в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; 3; 3)$, $\mathbf{b}(1; 2; 1)$, $\mathbf{c}(-2; -1; 0)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(1; -1; -5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-1; 1; 1)$, $\mathbf{b}(-9; -8; -8)$, $\mathbf{c}(3; 2; 3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 1; 6)$, $B(6; 2; 8)$, $C(-1; 0; 5)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q . $P(1; -2; 0)$, $Q(-1; -11; 1)$, $R(2; 8; -1)$, $S(0; -8; 2)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-9; 0; -1)$, $B(-7; 7; 0)$, $C(-8; 2; 0)$, $S(0; -8; -3)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-8; -1; 8)$ параллельно прямой $\frac{x+8}{1} = \frac{y-1}{7} = \frac{z-6}{0}$ и перпендикулярно плоскости $-x + 2y + z - 8 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 6; 5)$, $B(14; 8; 14)$, $C(3; 5; 0)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -3x + y - 21 = 0 \\ -x + 2y + z - 15 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(13; 9; -1)$ на плоскость $2x + 8y + 3z = -59$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{-2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$ и плоскостью $\pi : 4x + y - z - 1 = 0$.

Вариант 14.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC , а M делит ребро DD_1 в отношении $1 : 2$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; -1; -1)$, $\mathbf{b}(-4; 1; 2)$, $\mathbf{c}(3; -2; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; -1; 1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 5\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-5; 1; 1)$, $\mathbf{b}(-4; 1; 1)$, $\mathbf{c}(11; -4; -3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 7; 2)$, $B(9; 8; 2)$, $C(-1; 6; 3)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(5; -3; -9)$, $B(9; -2; -15)$, $D(4; -2; -6)$, $A_1(8; 0; -10)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-3; 0; -7)$, $B(-6; -2; -10)$, $C(-1; 1; -6)$, и найти расстояние от точки $S(6; 7; 1)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-6; 6; -9)$ параллельно прямым $\frac{x+6}{3} = \frac{y-5}{-5} = \frac{z-1}{-2}$ и $\frac{x-6}{2} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-1}{-1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 9; 8)$, $B(1; 12; 3)$, $C(6; 8; 9)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -5x + 5y + 2z + 5 = 0 \\ -4x + 2y + z + 16 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(1; -12; -1)$ относительно плоскости $x + 5y + 2z = 14$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{-2}$ и плоскостью $\pi : -3x - 3y - z = -5$.

Вариант 15.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1 , а M делит ребро DC в отношении $1 : 2$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; -2; -1)$, $\mathbf{b}(-4; -1; -2)$, $\mathbf{c}(5; 1; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(6; 2; 1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-4; 10; -7)$, $\mathbf{b}(-1; 3; -2)$, $\mathbf{c}(2; -7; 5)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 1; 6)$, $B(7; 5; 1)$, $C(6; 4; 2)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A_1(10; -6; -7)$, $A_2(5; -5; -8)$, $A_3(9; -9; -5)$, $A_4(10; -8; -6)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-9; -6; 0)$, $B(-10; -7; 4)$, $C(-10; -8; 5)$, и найти расстояние от точки $S(2; -2; 6)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(7; 4; -5)$ параллельно прямым $\frac{x+2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+8}{-2}$ и $\frac{x+7}{-3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 7; 4)$, $B(4; 5; 1)$, $C(4; 6; 2)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y - 5 = 0 \\ -3x - 5y + z - 2 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-18; 21; -23)$ относительно плоскости $7x - 9y + 8z = -14$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{-2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+5}{2}$ и плоскостью $\pi : x - y + z - 8 = 0$.

Вариант 16.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $B_1 C_1$, а M делит ребро AA_1 в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-5; 3; 4)$, $\mathbf{b}(3; -1; -1)$, $\mathbf{c}(1; -1; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(7; -7; -6)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 5\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(5; 1; 3)$, $\mathbf{b}(7; 2; 5)$, $\mathbf{c}(-14; 1; 0)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 3; 6)$, $B(12; 2; 6)$, $C(9; 1; 5)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(-8; 2; -9)$, $B(-13; 1; -11)$, $D(-3; 7; -12)$, $E(0; 7; -10)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-4; 10; 1)$, $B(3; 15; -1)$, $C(-7; 8; 2)$, $S(-5; 6; -8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-5; -4; 8)$ параллельно плоскости $4x + 5y + 3z = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+7}{-1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 3; 1)$, $B(10; 0; -1)$, $C(12; -5; -4)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - 2y + z + 8 = 0 \\ 3x - 5y + 2z + 9 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(17; 19; -26)$ на плоскость $8x + 5y - 9z = -45$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x + 2y - z = -14$.

Вариант 17.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1 , а M делит ребро AD в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; 3; 1)$, $\mathbf{b}(3; 1; -2)$, $\mathbf{c}(-1; 1; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(2; 2; 0)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + 8\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(2; -3; -2)$, $\mathbf{b}(3; 2; 1)$, $\mathbf{c}(-4; 2; -1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 5; 0)$, $B(2; 10; 0)$, $C(-1; 1; 1)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины D . $A(-2; 5; 2)$, $B(-5; 12; -6)$, $C(0; 12; 7)$, $D(-1; 9; 5)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(2; 5; -4)$, $B(1; 7; 1)$, $C(1; 6; -3)$, $S(0; -8; -1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(5; 1; 7)$ параллельно плоскости $2x + 10y - z = -3$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-5}{1} = \frac{y-1}{7} = \frac{z+3}{0}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 1; 6)$, $B(10; 0; 7)$, $C(5; 2; 6)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 8x + 7y + 3z + 15 = 0 \\ -3x - 3y - z - 3 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(3; -1; 2)$ относительно плоскости $-5x - y - 4z - 41 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$ и плоскостью $\pi : -x - 3y - 6z - 14 = 0$.

Вариант 18.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC , а M делит ребро AA_1 в отношении $2 : 1$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; 1; -2)$, $\mathbf{b}(0; 2; 3)$, $\mathbf{c}(1; -2; -5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-5; -3; 4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-6; 5; -3)$, $\mathbf{b}(-4; 2; -1)$, $\mathbf{c}(1; 1; 9)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 7; 8)$, $B(10; 8; 8)$, $C(11; 4; 9)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани QRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины P . $P(-6; 16; 3)$, $Q(-9; 9; 1)$, $R(-9; 14; 2)$, $S(-4; 1; 0)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(8; -1; 9)$, $B(9; -2; 8)$, $C(7; 6; 11)$, и найти расстояние от точки $S(0; 5; 5)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(2; 0; 9)$ параллельно плоскости $x + 7y - 8 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+6}{-6} = \frac{z-6}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 9; 9)$, $B(8; 13; 7)$, $C(7; 12; 8)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + y + 3 = 0 \\ x + y + z - 3 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-11; -6; 0)$ относительно плоскости $3x + 2y + z + 10 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-8}{1}$ и плоскостью $\pi : -5x - 2y - 4z + 7 = 0$.

Вариант 19.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC , а M делит ребро BB_1 в отношении $2 : 3$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; 4; 1)$, $\mathbf{b}(-2; 3; 0)$, $\mathbf{c}(3; -4; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(3; -3; 0)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(4; 4; 3)$, $\mathbf{b}(1; -1; 2)$, $\mathbf{c}(2; -3; 1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 4; 8)$, $B(2; 7; 8)$, $C(-1; 0; 9)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(-6; 8; -7)$, $B(-7; 13; -13)$, $D(-1; 2; -8)$, $A_1(-5; 8; -9)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-7; -6; 8)$, $B(-10; -5; 8)$, $C(-6; -7; 9)$, $S(-5; -5; -6)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(1; -6; -9)$ перпендикулярно плоскостям $10x + 2y + z + 5 = 0$ и $3x + y + z + 5 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 9; 4)$, $B(13; 8; 0)$, $C(2; 10; 7)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -2x + 2y + 3z + 23 = 0 \\ x - 3y - 4z - 21 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-3; -2; -21)$ относительно плоскости $2x + y + 9z = 18$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{-3} = \frac{y+5}{1} = \frac{z+7}{2}$ и плоскостью $\pi : 2x - y - 2z - 11 = 0$.

Вариант 20.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении $3 : 2$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; -2; -3)$, $\mathbf{b}(1; -1; -3)$, $\mathbf{c}(3; -2; -5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(0; -6; -4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-3; -4; -5)$, $\mathbf{b}(-2; -2; -3)$, $\mathbf{c}(-2; 1; 10)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 4; 5)$, $B(11; 3; 9)$, $C(8; 5; 6)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(0; 0; 4)$, $B(0; -6; -1)$, $D(5; 1; 2)$, $E(-3; -2; 4)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-10; -8; 1)$, $B(-7; -10; 2)$, $C(-8; -9; 5)$, $S(0; -4; -1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-5; -3; 1)$ параллельно плоскости $-4x + 3y - 5z - 7 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+8}{-5} = \frac{y+6}{5} = \frac{z+3}{-8}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 0; 2)$, $B(9; -2; 7)$, $C(7; 3; -5)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -6x + 2y - z - 16 = 0 \\ 7x - y + z + 5 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(1; 8; -16)$ относительно плоскости $-x - 3y + 6z = -6$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+6}{5}$ и плоскостью $\pi : x + y + 2z = -6$.

Вариант 21.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1 , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-6; 1; 5)$, $\mathbf{b}(-1; 2; 2)$, $\mathbf{c}(1; 3; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(0; -6; -4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(0; 7; 4)$, $\mathbf{b}(-7; 1; -2)$, $\mathbf{c}(-1; -2; -4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 8; 5)$, $B(5; 7; 6)$, $C(2; 11; -4)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани QRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины P . $P(9; -8; -6)$, $Q(9; -6; -5)$, $R(11; -15; -2)$, $S(6; -5; -12)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-7; 3; 3)$, $B(-4; 2; 2)$, $C(-6; 6; 3)$, $S(-7; 5; -7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-3; 4; -2)$ параллельно прямой $\frac{x+8}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-5}{-2}$ и перпендикулярно плоскости $x - y - 3z = 8$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 0; 2)$, $B(5; -2; 3)$, $C(1; 1; 2)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 4x + 2y - 3z + 30 = 0 \\ x + y - z + 8 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(0; 2; 3)$ относительно плоскости $-4x - 5y - 7z = 14$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{1}$ и плоскостью $\pi : 4x + 4y - 3z = -12$.

Вариант 22.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $B_1 C_1$, а M делит ребро DC в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; 1; 3)$, $\mathbf{b}(3; 2; 6)$, $\mathbf{c}(3; 2; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(3; 1; -9)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -5\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-10; -3; 10)$, $\mathbf{b}(1; 2; -4)$, $\mathbf{c}(4; 4; -7)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 3; 2)$, $B(12; 5; -1)$, $C(2; 0; 7)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(-3; -6; 8)$, $B(1; -5; 4)$, $D(-2; -7; 3)$, $E(1; -3; 10)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(10; 2; 3)$, $B(9; 1; 3)$, $C(8; 8; 2)$, $S(7; 3; -8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(10; -7; 5)$ параллельно прямой $\frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+5}{-3}$ и перпендикулярно плоскости $-x + y - z + 3 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 0; 6)$, $B(7; -1; 6)$, $C(15; 6; 5)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + 2y - z - 5 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(17; 4; -10)$ на плоскость $-5x + y + 6z + 17 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{-2} = \frac{y-6}{1} = \frac{z+4}{1}$ и плоскостью $\pi : 3x + 4y - 2z - 11 = 0$.

Вариант 23.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; 1; -5)$, $\mathbf{b}(-3; -4; 3)$, $\mathbf{c}(5; 6; -6)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-2; 0; 7)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{a} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(1; -4; 2)$, $\mathbf{b}(-3; 4; -1)$, $\mathbf{c}(0; 9; -1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 5; 8)$, $B(8; 4; 7)$, $C(3; 15; 13)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_2 A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4 . $A_1(-9; 8; -5)$, $A_2(-7; 8; -6)$, $A_3(-1; 10; -14)$, $A_4(-2; 11; -13)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2; -4; 4)$, $B(-5; -2; 5)$, $C(-6; -3; 5)$, и найти расстояние от точки $S(3; 5; 5)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(2; -10; -3)$ перпендикулярно плоскостям $x + y - z - 1 = 0$ и $-x + y + 6 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 3; 8)$, $B(7; 1; 5)$, $C(4; 8; 16)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 6y + 2z - 7 = 0 \\ -x + y - z + 2 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-1; 10; 2)$ относительно плоскости $x + 5y = -16$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{-2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{-2}$ и плоскостью $\pi : -x - y + 2z - 15 = 0$.

Вариант 24.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1 , а M делит ребро BC в отношении $2 : 3$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; -3; 1)$, $\mathbf{b}(1; 5; -2)$, $\mathbf{c}(2; 2; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(7; 3; -3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{b} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-3; -5; -2)$, $\mathbf{b}(1; 3; 2)$, $\mathbf{c}(-1; -2; -1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 3; 9)$, $B(2; 4; 9)$, $C(3; -3; 10)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_2 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3 . $A_1(0; -7; 1)$, $A_2(-10; -10; 9)$, $A_3(-3; -8; -2)$, $A_4(-7; -9; -6)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(3; 3; -2)$, $B(6; 4; -2)$, $C(7; 2; -1)$, $S(3; -6; 7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(8; 4; 3)$ параллельно прямым $\frac{x-6}{3} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+6}{-4}$ и $\frac{x+3}{1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-3}{-1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 4; 5)$, $B(15; 2; 0)$, $C(12; 3; 2)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -5x + 2y + z + 15 = 0 \\ -2x - y - 3 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(42; 38; 32)$ на плоскость $10x + 9y + 10z = -42$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{-2} = \frac{y-6}{1} = \frac{z+6}{2}$ и плоскостью $\pi : -2x - y - 3z - 7 = 0$.

Вариант 25.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 D_1$, а M делит ребро CC_1 в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(5; -5; -6)$, $\mathbf{b}(0; 1; 3)$, $\mathbf{c}(-3; 3; 4)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-2; 3; 5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 9\mathbf{m} + 8\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(2; -1; -1)$, $\mathbf{b}(1; -3; -2)$, $\mathbf{c}(4; -5; 1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 8; 9)$, $B(7; 11; 11)$, $C(6; 10; 12)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_2 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3 . $A_1(6; 8; -4)$, $A_2(5; 9; -2)$, $A_3(6; 4; -9)$, $A_4(-4; 0; -5)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1; 5; -1)$, $B(-6; 7; 0)$, $C(0; 6; 0)$, и найти расстояние от точки $S(3; 8; -7)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-3; 6; 4)$ параллельно прямой $\frac{x-6}{4} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+7}{1}$ и перпендикулярно плоскости $3x + y + z = -6$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 6; 0)$, $B(8; 9; 1)$, $C(6; 8; 1)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 2y + 5z + 14 = 0 \\ -x + 3y - 8z - 25 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(8; 1; 5)$ относительно плоскости $-2x - y - 3z = 3$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{1} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-2}{-1}$ и плоскостью $\pi : 2x - y + 5z + 13 = 0$.

Вариант 26.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро AB в отношении $2 : 1$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-5; 5; 2)$, $\mathbf{b}(-1; 3; -1)$, $\mathbf{c}(1; -2; 0)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(10; -4; -7)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(2; -1; -1)$, $\mathbf{b}(2; 1; -2)$, $\mathbf{c}(-2; -8; 3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 4; 0)$, $B(5; 3; -3)$, $C(3; 6; 1)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_2 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3 . $A_1(-8; 0; 8)$, $A_2(-9; 2; 10)$, $A_3(-16; 3; 13)$, $A_4(-7; -4; 5)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(10; -3; 5)$, $B(11; 4; 6)$, $C(11; 6; 7)$, и найти расстояние от точки $S(-4; -3; 4)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-4; 4; -6)$ перпендикулярно плоскостям $7x + y - z - 2 = 0$ и $-8x - y + 2z = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 4; 6)$, $B(10; 8; -1)$, $C(9; 7; 1)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + 5y + z - 20 = 0 \\ -x + 4y - 21 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-22; -22; -29)$ на плоскость $-8x - 4y - 5z + 11 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{-2} = \frac{y+6}{2} = \frac{z+6}{2}$ и плоскостью $\pi : x + 2y + 2z = -2$.

Вариант 27.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1 , а M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; -1; -1)$, $\mathbf{b}(5; 3; 3)$, $\mathbf{c}(-6; 0; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-7; -5; -5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 6\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-6; 1; 1)$, $\mathbf{b}(17; -6; -6)$, $\mathbf{c}(-6; 1; 2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 1; 1)$, $B(5; 10; 1)$, $C(2; -9; 2)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(0; 0; -4)$, $B(2; 0; -1)$, $D(2; 4; 3)$, $A_1(-3; 3; -6)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(9; 6; -10)$, $B(8; 7; -10)$, $C(10; 8; -9)$, и найти расстояние от точки $S(8; 0; -4)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-5; -5; -7)$ параллельно прямой $\frac{x-2}{8} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $-7x + y = -2$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 2; 6)$, $B(-6; -1; 11)$, $C(-3; 0; 9)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 4x - 3y - 3z - 4 = 0 \\ -x - y + z - 11 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(1; -1; 1)$ относительно плоскости $3x - 5y - 2z = 25$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+2}{-4}$ и плоскостью $\pi : 2x - y - 2z = 2$.

Вариант 28.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; -2; -2)$, $\mathbf{b}(2; 3; -5)$, $\mathbf{c}(1; 2; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(5; 2; -10)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-3; -3; 2)$, $\mathbf{b}(5; 2; -2)$, $\mathbf{c}(11; 5; -1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 7; 2)$, $B(2; 4; 1)$, $C(5; 8; 2)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(1; 3; 0)$, $A_2(6; 1; -8)$, $A_4(6; 3; -7)$, $B_1(-2; 2; 4)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-4; 3; 2)$, $B(-6; 6; 6)$, $C(-5; 5; 5)$, $S(1; -5; 8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-5; -5; -8)$ параллельно прямой $\frac{x-5}{-4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{1}$ и перпендикулярно плоскости $-3x + 2y - z = -5$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 2; 2)$, $B(-4; -3; -7)$, $C(-3; -2; -5)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - 2y + 2z - 12 = 0 \\ -x - 3y + z - 3 = 0 \end{cases}$$
.
12. Найти проекцию точки $M(29; -24; 19)$ на плоскость $-10x + 9y - 4z = 9$.
13. Найти угол между прямой $l: \frac{x-4}{1} = \frac{y+7}{-1} = \frac{z}{-2}$ и плоскостью $\pi: -x + 2y - 3z = -10$.

Вариант 29.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC , а M делит ребро DD_1 в отношении $2 : 1$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; 2; -2)$, $\mathbf{b}(2; -1; 2)$, $\mathbf{c}(0; -1; -5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(1; -2; -5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 8\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(3; 4; 2)$, $\mathbf{b}(-2; 5; 1)$, $\mathbf{c}(6; -11; 0)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 1; 5)$, $B(7; 10; 8)$, $C(0; -4; 4)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(0; -4; 2)$, $B(1; -8; -2)$, $D(0; -6; 1)$, $A_1(-2; -11; 0)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-1; -3; -7)$, $B(-6; 0; -8)$, $C(-8; 1; -10)$, $S(1; 6; 6)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-5; -4; -3)$ параллельно плоскости $x - y + 2z = 4$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+7}{5} = \frac{z-6}{-1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 9; 6)$, $B(-3; 11; -3)$, $C(7; 8; 10)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y - 8 = 0 \\ -2x + y + z - 17 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(3; -3; -35)$ на плоскость $-2x - 3y - 9z = 36$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+7}{-2}$ и плоскостью $\pi : 2x - y + z = 2$.

Вариант 30.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1 , а M делит ребро $D_1 C_1$ в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; 3; 4)$, $\mathbf{b}(0; 2; 1)$, $\mathbf{c}(-1; 5; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(4; -7; 0)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 6\mathbf{m} - 8\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(3; -2; 4)$, $\mathbf{b}(-1; 1; -2)$, $\mathbf{c}(1; -5; 5)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 8; 1)$, $B(-3; 10; 2)$, $C(-2; 11; 3)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2 . $A_1(-6; 2; 9)$, $A_2(-13; 4; 8)$, $A_3(-11; 3; 4)$, $A_4(-2; 1; 17)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-6; 2; -1)$, $B(-3; 7; -2)$, $C(-8; -4; 0)$, $S(-7; 3; -4)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(7; 6; -3)$ параллельно прямой $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+7}{1}$ и перпендикулярно плоскости $-3x + 5y + 6z = -2$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 6; 8)$, $B(7; 7; 6)$, $C(7; 8; 5)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + y - 3z + 14 = 0 \\ 2x + y - 2z + 5 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(3; 11; -5)$ относительно плоскости $3x + 8y - 3z = -11$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{-1} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z-1}{-2}$ и плоскостью $\pi : x - 2y + z = -4$.

Вариант 31.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1 , а M делит ребро $D_1 C_1$ в отношении $1 : 2$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; -3; 1)$, $\mathbf{b}(2; 0; -1)$, $\mathbf{c}(4; 4; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-3; -7; 2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-9; -7; -12)$, $\mathbf{b}(3; 1; 1)$, $\mathbf{c}(2; 1; 2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 5; 4)$, $B(8; 6; 4)$, $C(-1; 4; 5)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R . $P(-8; -1; -9)$, $Q(-7; 3; -8)$, $R(-8; -3; -10)$, $S(-10; 2; -13)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(8; -6; 9)$, $B(4; -8; 10)$, $C(7; -9; 10)$, и найти расстояние от точки $S(-1; -1; 3)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-1; 0; -1)$ параллельно плоскости $2x - y - 7z = 1$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-5}{5}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 0; 1)$, $B(9; -3; -6)$, $C(10; -4; -9)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - 2y + z + 17 = 0 \\ x - 3y + z + 18 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(7; -3; 2)$ относительно плоскости $9x + 7z = 12$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{3} = \frac{y-7}{2} = \frac{z+3}{-5}$ и плоскостью $\pi : -x - y + z - 1 = 0$.

Вариант 32.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 B_1$, а M делит ребро BC в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(4; 5; 2)$, $\mathbf{b}(-5; -4; -1)$, $\mathbf{c}(1; -2; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(9; 9; 3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(8; 0; 3)$, $\mathbf{b}(2; 1; -1)$, $\mathbf{c}(-1; -1; -1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 5; 1)$, $B(-9; 6; 1)$, $C(4; 4; 2)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_2 A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4 . $A_1(8; 6; 4)$, $A_2(4; 5; 5)$, $A_3(5; 4; 5)$, $A_4(11; 10; 2)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(1; -7; 10)$, $B(5; -6; 10)$, $C(2; -8; 11)$, $S(2; -6; 8)$:
 - а) составить уравнение плоскости ABC ,
 - б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(6; 10; -5)$ перпендикулярно плоскостям $x + y - 2z - 3 = 0$ и $x + 2y + z - 6 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 3; 4)$, $B(6; 2; 9)$, $C(7; 2; 11)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 3y + 5z + 4 = 0 \\ x - 2y + 6z - 7 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(12; 5; 4)$ относительно плоскости $-7x - y - 2z + 16 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+5}{2} = \frac{y-4}{3} = \frac{z}{7}$ и плоскостью $\pi : -x - y - z = -9$.

Вариант 33.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD , а M делит ребро $D_1 C_1$ в отношении $2 : 1$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(0; -6; -5)$, $\mathbf{b}(1; -5; -4)$, $\mathbf{c}(2; 0; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-5; 9; 4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(2; 3; -4)$, $\mathbf{b}(3; 7; -7)$, $\mathbf{c}(-4; -10; 11)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 7; 5)$, $B(11; 8; 5)$, $C(-4; 6; 6)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(-1; -3; 1)$, $B(8; 3; 6)$, $D(2; 2; 7)$, $E(-2; -2; 3)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0; -2; 8)$, $B(-2; -7; 9)$, $C(-1; -6; 8)$, и найти расстояние от точки $S(7; -7; -5)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(5; 1; 5)$ параллельно плоскости $2x + 7y + z + 2 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+7}{0}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 8; 0)$, $B(16; 11; 2)$, $C(13; 10; 1)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + 3y + z + 16 = 0 \\ 3x + 5y + 2z + 25 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-27; 24; -20)$ на плоскость $-8x + 9y - 10z + 103 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z}{-5}$ и плоскостью $\pi : -x - y + 2z = 6$.

Вариант 34.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $B_1 C_1$, а M делит ребро DD_1 в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; 1; -2)$, $\mathbf{b}(-3; -3; 5)$, $\mathbf{c}(3; 1; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(1; -4; 5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-22; -8; 23)$, $\mathbf{b}(-6; -1; 4)$, $\mathbf{c}(7; 1; -7)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 0; 5)$, $B(3; -1; 3)$, $C(-1; 1; 6)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(1; -8; 5)$, $B(-6; -13; -2)$, $D(4; -5; 7)$, $E(0; -10; 6)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-6; 4; 1)$, $B(-5; 7; 0)$, $C(-5; 8; -2)$, $S(4; -7; -4)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(10; -6; 2)$ параллельно прямой $\frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{1}$ и перпендикулярно плоскости $-x - 4y = -3$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 6; 7)$, $B(4; -1; 8)$, $C(-1; 8; 7)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 5y + z + 22 = 0 \\ -x - 2y - 4 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(14; -16; 12)$ на плоскость $-9x + 10y - 5z = 66$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{-5} = \frac{y+8}{-4} = \frac{z+4}{1}$ и плоскостью $\pi : -x - y + z - 12 = 0$.

Вариант 35.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1 , а M делит ребро DC в отношении $3 : 2$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; -1; -1)$, $\mathbf{b}(3; -5; -2)$, $\mathbf{c}(-2; 0; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(7; 3; -2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -6\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{a} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(1; -1; -2)$, $\mathbf{b}(2; -4; -1)$, $\mathbf{c}(-1; 3; 2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 3; 6)$, $B(7; 5; 9)$, $C(9; 2; 5)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(5; -9; 8)$, $B(6; -10; 15)$, $D(6; -9; 3)$, $E(8; -11; 11)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-7; 2; -4)$, $B(-8; 3; -2)$, $C(-10; 3; -1)$, и найти расстояние от точки $S(0; 0; 4)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(10; -7; -1)$ параллельно плоскости $x + y - 5z = 5$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+3}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-2}{-2}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 7; 0)$, $B(3; 8; -2)$, $C(11; 5; 3)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 4y + 2 = 0 \\ x - 9y + z + 10 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(8; 2; -12)$ относительно плоскости $-5x - y + 8z = -3$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi : x + y - z = -8$.

Вариант 36.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; -2; 3)$, $\mathbf{b}(3; 4; -4)$, $\mathbf{c}(5; 5; -6)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(0; 1; -1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -6\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{a} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-1; -1; 2)$, $\mathbf{b}(3; 2; -4)$, $\mathbf{c}(3; 1; -2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 8; 8)$, $B(8; 9; 7)$, $C(5; 11; 6)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(4; -3; -1)$, $A_2(0; -4; -5)$, $A_4(1; -5; -6)$, $B_1(13; -7; -3)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-2; -1; 3)$, $B(-1; 0; 3)$, $C(1; -6; 4)$, $S(-2; 0; 4)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-5; -3; -8)$ параллельно прямой $\frac{x+5}{3} = \frac{y+6}{-2} = \frac{z+1}{1}$ и $\frac{x-1}{5} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z-1}{-1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 8; 6)$, $B(-5; 7; 12)$, $C(-4; 7; 11)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 7y + 18 = 0 \\ -x - 5y + z - 20 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-1; -2; 14)$ на плоскость $4x + 3y + 4z = -36$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-8}{1}$ и плоскостью $\pi : x + 4y + 7z = 13$.

Вариант 37.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $B_1 C_1$, а M делит ребро DC в отношении $1 : 2$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(4; 5; 5)$, $\mathbf{b}(1; -3; -4)$, $\mathbf{c}(1; 4; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; 0; 1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 8\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(6; -4; 3)$, $\mathbf{b}(2; -3; 2)$, $\mathbf{c}(-1; 2; -3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 3; 7)$, $B(1; 0; 7)$, $C(1; 5; 8)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q . $P(-1; 6; -3)$, $Q(-2; 2; -6)$, $R(-1; 7; -7)$, $S(1; 11; -3)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-4; -2; -3)$, $B(-3; 0; -10)$, $C(-6; -5; 3)$, и найти расстояние от точки $S(0; 0; -2)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(8; -1; -9)$ параллельно прямой $\frac{x+7}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{2}$ и перпендикулярно плоскости $-4x + 3y - z - 7 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 4; 8)$, $B(7; 2; 11)$, $C(10; 1; 13)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -2x + y - z - 1 = 0 \\ x + y + 14 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-9; 7; 9)$ относительно плоскости $8x - 3y - 9z = 57$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+6}{2}$ и плоскостью $\pi : 4x + 2y + z = 11$.

Вариант 38.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро AB в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-4; 3; 3)$, $\mathbf{b}(5; -2; -1)$, $\mathbf{c}(5; -3; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(5; -7; -6)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(5; 1; 7)$, $\mathbf{b}(2; 1; 2)$, $\mathbf{c}(-8; -4; -3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 8; 3)$, $B(10; 3; -2)$, $C(3; 11; 7)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(-3; 0; -7)$, $B(-1; 5; -6)$, $D(-4; 1; -5)$, $E(-8; -10; -8)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-1; 7; 6)$, $B(-2; 9; 3)$, $C(1; 4; 11)$, $S(2; 6; 5)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-4; -4; 7)$ параллельно плоскости $-2x + 7y - z = -2$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+8}{1} = \frac{y-6}{-8} = \frac{z+6}{0}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 5; 0)$, $B(11; 6; -2)$, $C(16; 8; -5)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 5y - 21 = 0 \\ -x + 2y + z + 6 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-11; -14; -12)$ на плоскость $-7x - 10y - 3z + 63 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{2} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-3}{1}$ и плоскостью $\pi : 2x - 2y + 3z = 12$.

Вариант 39.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC , а M делит ребро AA_1 в отношении $3 : 1$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; -1; 2)$, $\mathbf{b}(-5; 3; 4)$, $\mathbf{c}(-3; 3; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-6; 2; 6)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 9\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{a} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(2; 2; -3)$, $\mathbf{b}(-2; -1; 2)$, $\mathbf{c}(-5; -3; 6)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 5; 2)$, $B(10; 7; 3)$, $C(5; 6; 3)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_2 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3 . $A_1(5; -4; -2)$, $A_2(3; -11; -7)$, $A_3(7; -7; -2)$, $A_4(8; -3; 0)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-3; -2; -8)$, $B(-7; -1; -7)$, $C(4; -3; -8)$, и найти расстояние от точки $S(-2; -4; 2)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(1; -2; -8)$ параллельно плоскости $3x - 5y - 2z - 7 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-6} = \frac{z+4}{-1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 1; 4)$, $B(7; 0; 7)$, $C(14; 3; -3)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 4y - 2 = 0 \\ x - 5y + z - 12 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-7; -19; 19)$ на плоскость $x + 6y - 6z + 89 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+4}{-1}$ и плоскостью $\pi : x - 2y + 2z = -7$.