

Вариант 0.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(0; -1; 4)$, $\mathbf{b}(4; -6; -5)$, $\mathbf{c}(1; 0; -6)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-4; 8; -3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(1; 4; -1)$, $\mathbf{b}(-3; -13; 2)$, $\mathbf{c}(1; 6; -2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 7; 8)$, $B(15; 10; 10)$, $C(8; 8; 9)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_2 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3 . $A_1(7; 9; -4)$, $A_2(14; 2; -2)$, $A_3(10; 13; -3)$, $A_4(12; 1; -3)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3; 5; 2)$, $B(-4; 7; 3)$, $C(9; 2; 1)$, и найти расстояние от точки $S(8; 0; 2)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-4; -1; 2)$ параллельно плоскости $4x + y = -4$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+7}{5} = \frac{y-5}{1} = \frac{z-3}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 2; 8)$, $B(4; 4; 11)$, $C(4; 3; 10)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -2x + y - 3z + 2 = 0 \\ x - y + 4z - 19 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-3; 3; 1)$ относительно плоскости $-7x + 2y - 3z + 7 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{2}$ и плоскостью $\pi : -5x - y + 2z = 12$.

Вариант 1.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении $2 : 3$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; 2; -3)$, $\mathbf{b}(5; -1; 1)$, $\mathbf{c}(-6; -1; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(1; 1; -3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -6\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{b} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-5; -1; -2)$, $\mathbf{b}(2; 3; 2)$, $\mathbf{c}(-4; -1; -1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 4; 4)$, $B(0; 11; 4)$, $C(7; 1; 3)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_2 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3 . $A_1(-2; 7; 0)$, $A_2(-4; 4; -3)$, $A_3(-7; 4; -6)$, $A_4(-5; 5; -4)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-9; 0; 10)$, $B(-8; -2; 10)$, $C(-11; -1; 11)$, $S(3; 0; 1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(0; 2; 1)$ перпендикулярно плоскостям $-2x + y = -5$ и $7x - y + z = -3$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 1; 3)$, $B(6; 0; 4)$, $C(-1; -4; 7)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 4y + z + 21 = 0 \\ -x - 5y - z - 23 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(9; 9; 0)$ относительно плоскости $5x + 8y + 3z + 30 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{3} = \frac{y+8}{-1} = \frac{z-4}{2}$ и плоскостью $\pi : 2x - 3y + z = -8$.

Вариант 2.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $D_1 C_1$, а M делит ребро AD в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(4; -1; 3)$, $\mathbf{b}(-2; 2; 1)$, $\mathbf{c}(1; 1; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-4; 3; 2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(1; 6; 2)$, $\mathbf{b}(1; 3; 1)$, $\mathbf{c}(-9; -9; -4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 0; 5)$, $B(4; 1; 6)$, $C(4; 2; 8)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R . $P(-2; 4; -8)$, $Q(3; 0; -1)$, $R(3; -3; -4)$, $S(-3; 6; -9)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-1; -9; 7)$, $B(-5; -6; 8)$, $C(2; -10; 7)$, $S(-4; 0; 4)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-8; -1; -5)$ параллельно плоскости $-3x + y + z + 8 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+8}{3}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 2; 2)$, $B(12; -2; 1)$, $C(16; -5; 0)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 8x + 5y - 3z + 13 = 0 \\ -3x - 3y + 2z + 2 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-10; 5; 32)$ на плоскость $3x - 3y - 10z - 107 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{-1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+2}{1}$ и плоскостью $\pi : -4x + 4y + z = 1$.

Вариант 3.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $B_1 C_1$, а M делит ребро AA_1 в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; 2; -1)$, $\mathbf{b}(3; 1; -1)$, $\mathbf{c}(-2; -5; 4)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-9; -2; 3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-3; -4; -2)$, $\mathbf{b}(-3; -5; -3)$, $\mathbf{c}(9; 14; 4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 5; 9)$, $B(7; 6; 6)$, $C(4; 8; 1)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(0; 0; 4)$, $A_2(-2; -3; 2)$, $A_4(-1; -2; 3)$, $B_1(-4; -7; -1)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-7; -8; -8)$, $B(-14; -4; -7)$, $C(-5; -9; -8)$, $S(5; 4; 0)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(2; 0; -4)$ параллельно прямой $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{-5}$ и перпендикулярно плоскости $x - y - 6z + 1 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 8; 4)$, $B(7; 9; 1)$, $C(10; 11; -4)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -5x + 4y + 4z + 16 = 0 \\ -4x + 3y + 5z + 6 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(0; -7; -15)$ на плоскость $-5x - 7y - 3z = -72$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-1} = \frac{y-7}{1} = \frac{z+4}{1}$ и плоскостью $\pi : 3x + 5y - 3z = 11$.

Вариант 4.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1 , а M делит ребро $D_1 C_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; -1; 2)$, $\mathbf{b}(2; -3; 3)$, $\mathbf{c}(-1; -3; -4)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(5; -6; 9)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 9\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-3; 1; -11)$, $\mathbf{b}(1; 1; -7)$, $\mathbf{c}(2; 1; 5)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 7; 2)$, $B(10; 16; 5)$, $C(9; 15; 4)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(7; -9; 0)$, $B(4; -10; -4)$, $D(2; -10; -5)$, $A_1(4; -11; -5)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-9; 8; 0)$, $B(-8; 9; 0)$, $C(-7; 14; 1)$, $S(-1; 0; -1)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(0; 7; 8)$ параллельно прямым $\frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{-1}$ и $\frac{x+1}{-5} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+4}{3}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 2; 1)$, $B(9; 1; 4)$, $C(6; 5; -7)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -6x - 3y - z - 2 = 0 \\ 5x + y - 1 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-16; 5; -1)$ на плоскость $2x - 2y - z = -5$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{-2} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+3}{2}$ и плоскостью $\pi : x + 2y - z = -3$.

Вариант 5.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; 3; -1)$, $\mathbf{b}(2; -4; 1)$, $\mathbf{c}(1; -1; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-7; 6; -8)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 8\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(6; -6; -7)$, $\mathbf{b}(-5; 5; 6)$, $\mathbf{c}(-12; 12; 13)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 1; 7)$, $B(7; 6; 8)$, $C(4; -1; 6)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(3; 0; -9)$, $A_2(1; 1; -5)$, $A_4(-4; 3; 0)$, $B_1(10; -3; -12)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(3; -2; 10)$, $B(2; -3; 11)$, $C(6; 0; 11)$, $S(4; -5; -6)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(7; -1; -2)$ перпендикулярно плоскостям $x + y + 5z + 3 = 0$ и $-2x - y - 6z = -5$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 2; 3)$, $B(9; 3; 0)$, $C(-2; 1; 7)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -5x + y - 26 = 0 \\ 2x - 2y + z + 6 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(3; 31; -7)$ на плоскость $x - 7y + 3z - 1 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$ и плоскостью $\pi : -3x - 2y - 4z = 5$.

Вариант 6.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 D_1$, а M делит ребро DC в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-5; 1; 4)$, $\mathbf{b}(3; 2; 0)$, $\mathbf{c}(3; -1; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(5; 6; 2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -7\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{a} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-1; 2; 3)$, $\mathbf{b}(-2; 5; 5)$, $\mathbf{c}(0; -3; -5)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 8; 4)$, $B(0; 9; 3)$, $C(4; 9; 4)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(6; 8; -4)$, $A_2(3; 2; 3)$, $A_4(7; 10; -5)$, $B_1(10; 15; -12)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(5; 9; 2)$, $B(14; 2; 10)$, $C(0; 13; -3)$, $S(-6; 3; -5)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(3; 1; -10)$ параллельно прямым $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-3}{-1}$ и $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 5; 6)$, $B(-2; -5; 3)$, $C(3; 2; 5)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 5y + z - 29 = 0 \\ -2x - 6y - z + 28 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(4; -4; -2)$ относительно плоскости $x + 4y + 9z = 19$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{-3} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+6}{2}$ и плоскостью $\pi : x - 2y - 2z - 15 = 0$.

Вариант 7.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB , а M делит ребро CC_1 в отношении $2 : 3$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; -4; -1)$, $\mathbf{b}(4; 5; 5)$, $\mathbf{c}(2; 1; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; -1; -2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(2; -5; 3)$, $\mathbf{b}(3; 2; -1)$, $\mathbf{c}(2; 2; -1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 1; 4)$, $B(8; 3; 8)$, $C(3; 0; -1)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2 . $A_1(2; -7; -6)$, $A_2(1; -7; -8)$, $A_3(1; -11; -8)$, $A_4(4; 2; -5)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-3; 5; 6)$, $B(-2; 6; 3)$, $C(-2; 7; 8)$, $S(-1; -8; 0)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-1; 9; 0)$ перпендикулярно плоскостям $-x + 2y - 2z - 4 = 0$ и $x + 3y + z + 3 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 6; 5)$, $B(-2; 2; 3)$, $C(-4; -1; 2)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - 4y + z - 26 = 0 \\ -x - y - 8 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-6; -6; 2)$ на плоскость $x - 2y + 3z = 40$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{-2} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z+3}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x + 3y - 3z - 2 = 0$.

Вариант 8.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении $3 : 2$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(4; 3; 5)$, $\mathbf{b}(-5; 1; -1)$, $\mathbf{c}(-3; 0; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(4; 1; 2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 5\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{b} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(5; -1; -2)$, $\mathbf{b}(8; -5; -5)$, $\mathbf{c}(-7; 2; 3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 5; 2)$, $B(11; 6; 1)$, $C(12; 4; 4)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(1; 3; 7)$, $A_2(-1; 1; 4)$, $A_4(3; 2; 5)$, $B_1(-2; 2; 5)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1; 3; 2)$, $B(-2; 5; -3)$, $C(-3; 6; -6)$, и найти расстояние от точки $S(2; -5; -2)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-7; -2; -3)$ параллельно прямой $\frac{x+5}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+4}{0}$ и перпендикулярно плоскости $-3x + 8y + z - 5 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 7; 9)$, $B(5; 6; 12)$, $C(6; 6; 13)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 5x + 2y + 3z - 19 = 0 \\ x + y + 2z - 6 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-12; 21; -1)$ на плоскость $2x - 7y + 3z + 50 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+5}{2} = \frac{y-4}{3} = \frac{z+8}{-2}$ и плоскостью $\pi : 3x - y + z + 11 = 0$.

Вариант 9.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1 , а M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; -3; 5)$, $\mathbf{b}(2; -1; 2)$, $\mathbf{c}(-6; -1; 0)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(5; 4; -5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + 5\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(11; -9; -7)$, $\mathbf{b}(-1; 1; 1)$, $\mathbf{c}(-3; 2; 3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 6; 0)$, $B(4; 7; 0)$, $C(9; 10; 1)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(0; -4; -2)$, $A_2(3; -6; -8)$, $A_4(-2; -5; -7)$, $B_1(-3; -5; -7)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(2; -5; 3)$, $B(-3; -2; 7)$, $C(4; -6; 2)$, $S(-5; 6; 6)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-6; 2; 9)$ параллельно прямым $\frac{x+4}{1} = \frac{y+7}{-1} = \frac{z+8}{-1}$ и $\frac{x+8}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z+6}{0}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 3; 9)$, $B(8; 6; 10)$, $C(11; 8; 11)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - y + z + 4 = 0 \\ -3x + 2y - 3z - 23 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(11; -14; 7)$ на плоскость $9x - 3y + 4z + 43 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{-2} = \frac{y-7}{-1} = \frac{z-5}{2}$ и плоскостью $\pi : x + 4y + z - 12 = 0$.

Вариант 10.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1 , а M делит ребро BC в отношении $3 : 2$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; 4; -3)$, $\mathbf{b}(4; 1; -6)$, $\mathbf{c}(0; 2; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(4; 5; -8)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(17; 4; -20)$, $\mathbf{b}(2; 1; -2)$, $\mathbf{c}(-7; -3; 7)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 2; 3)$, $B(3; -3; 4)$, $C(-1; 5; 3)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2 . $A_1(9; -8; 2)$, $A_2(1; -3; -7)$, $A_3(2; -4; -5)$, $A_4(11; -7; 0)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1; -2; -5)$, $B(3; 7; -6)$, $C(2; 5; -5)$, и найти расстояние от точки $S(7; 8; 5)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(1; -2; 10)$ перпендикулярно плоскостям $x - y + 2z - 4 = 0$ и $-3x + 4y - z - 4 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 8; 1)$, $B(4; 9; 3)$, $C(6; 6; -2)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + y - 2z - 4 = 0 \\ 3x - 7y + 5z + 1 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-6; 2; 2)$ относительно плоскости $x - y + 5 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{1} = \frac{y-8}{3} = \frac{z+6}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x - 3y - z = 5$.

Вариант 11.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $D_1 C_1$, а M делит ребро BC в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; -3; 5)$, $\mathbf{b}(-3; 2; -3)$, $\mathbf{c}(-5; -3; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-6; 0; 0)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(4; -3; -3)$, $\mathbf{b}(-7; 5; 7)$, $\mathbf{c}(8; -5; -16)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 3; 5)$, $B(-5; 10; 2)$, $C(8; 1; 6)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C . $A(6; -2; 9)$, $B(9; -6; 15)$, $C(15; -4; 12)$, $D(10; -1; 8)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1; 5; 2)$, $B(5; 3; 3)$, $C(0; 6; 1)$, и найти расстояние от точки $S(7; 0; 2)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(8; 6; -1)$ перпендикулярно плоскостям $x + y - z - 4 = 0$ и $x + 2y - 3z + 2 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 7; 2)$, $B(8; 4; 1)$, $C(9; 2; 1)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -6x + 2y + z + 23 = 0 \\ -5x + y + z + 18 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(6; -6; 6)$ на плоскость $-x + y + z + 18 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+2}{-1}$ и плоскостью $\pi : -4x + 2y + z = 11$.

Вариант 12.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1 , а M делит ребро BC в отношении $2 : 1$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-4; -3; 6)$, $\mathbf{b}(4; 2; -5)$, $\mathbf{c}(3; 1; -4)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(3; -2; -1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-5; -1; 4)$, $\mathbf{b}(7; 4; -6)$, $\mathbf{c}(3; 7; -7)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 1; 2)$, $B(6; 8; 1)$, $C(5; 5; 2)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_2 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3 . $A_1(0; 8; -7)$, $A_2(9; 4; -2)$, $A_3(2; 11; -6)$, $A_4(5; 16; -4)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-5; 8; 5)$, $B(-4; 5; 5)$, $C(-6; 6; 6)$, и найти расстояние от точки $S(0; -7; -3)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-7; 7; 1)$ параллельно прямой $\frac{x+4}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{5}$ и перпендикулярно плоскости $2x + 3y - 3z = 4$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 4; 6)$, $B(4; 6; 9)$, $C(0; -1; -2)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 5x + y - z - 5 = 0 \\ -7x - 2y + 3z - 6 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-4; -4; 2)$ относительно плоскости $-2x - 3y + z = -13$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{3}$ и плоскостью $\pi : 4x - y + z - 4 = 0$.

Вариант 13.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 B_1$, а M делит ребро CC_1 в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-4; 2; -1)$, $\mathbf{b}(-2; 2; -3)$, $\mathbf{c}(5; -3; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-7; 5; -5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -8\mathbf{m} - 7\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(5; 5; -2)$, $\mathbf{b}(-2; -2; 1)$, $\mathbf{c}(2; 1; -3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 5; 8)$, $B(9; -2; 8)$, $C(9; 2; 9)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2 . $A_1(1; -1; 3)$, $A_2(2; -9; -1)$, $A_3(5; 6; 6)$, $A_4(0; -5; 1)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(10; 0; 9)$, $B(5; 4; 16)$, $C(6; 3; 13)$, $S(1; 4; 7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(1; 0; 1)$ параллельно прямой $\frac{x-4}{-6} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{1}$ и перпендикулярно плоскости $-7x - 4y + z = -4$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 8; 6)$, $B(9; 4; 7)$, $C(1; 15; 4)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -9x - 2y - 3z - 24 = 0 \\ 4x + y + z + 13 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(2; -5; -5)$ относительно плоскости $-x + 3y + 2z = -20$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-8}{1}$ и плоскостью $\pi : -2x - y + 2z = -4$.

Вариант 14.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1 , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-4; 3; 0)$, $\mathbf{b}(-5; 3; 1)$, $\mathbf{c}(2; 1; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(1; 9; -9)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(1; 2; 3)$, $\mathbf{b}(5; 7; 5)$, $\mathbf{c}(-20; -23; -19)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 1; 1)$, $B(4; -4; -2)$, $C(9; 8; 5)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(9; -2; 2)$, $B(6; -7; -1)$, $D(6; -8; 1)$, $A_1(7; -4; -1)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-3; 2; 6)$, $B(2; 3; 7)$, $C(-7; 1; 6)$, $S(-1; 4; 4)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-2; -5; 2)$ параллельно прямым $\frac{x+6}{7} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+7}{0}$ и $\frac{x-1}{-10} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-6}{-1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 5; 4)$, $B(16; 8; 11)$, $C(-1; 3; -1)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -4x - y - z - 5 = 0 \\ 3x + 2y + z - 3 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-9; 2; -20)$ относительно плоскости $-5x - 9z + 40 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{4} = \frac{y+7}{-4} = \frac{z+2}{-5}$ и плоскостью $\pi : -x + y - z = -2$.

Вариант 15.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC , а M делит ребро AA_1 в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; -1; -1)$, $\mathbf{b}(-3; 4; 1)$, $\mathbf{c}(-5; 3; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(2; 7; -5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{a} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(3; -2; 3)$, $\mathbf{b}(4; -1; 2)$, $\mathbf{c}(-7; 5; -5)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 6; 4)$, $B(12; 15; 7)$, $C(5; 4; 3)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины D . $A(-8; -8; 2)$, $B(-6; -11; 1)$, $C(-11; -3; 4)$, $D(-6; -12; 9)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(10; -5; 1)$, $B(12; 2; 2)$, $C(13; 3; 3)$, $S(-2; -8; 6)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(8; 0; -1)$ параллельно прямым $\frac{x-4}{-1} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-4}{-1}$ и $\frac{x-1}{-3} = \frac{y+8}{4} = \frac{z-2}{-1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 0; 1)$, $B(1; -2; 0)$, $C(-1; -7; -3)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - 7y + z + 20 = 0 \\ x + 4y - 2z - 14 = 0 \end{cases}$$
.
12. Найти проекцию точки $M(-19; -23; 5)$ на плоскость $-6x - 5y + 5z = -4$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{-1} = \frac{y-7}{-1} = \frac{z-5}{4}$ и плоскостью $\pi : 2x - 2y + z = 3$.

Вариант 16.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $D_1 C_1$, а M делит ребро AD в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; 3; 1)$, $\mathbf{b}(-1; -2; -2)$, $\mathbf{c}(-1; 1; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-3; -3; 1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-1; -2; -2)$, $\mathbf{b}(-15; -9; -5)$, $\mathbf{c}(6; 4; 1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 2; 6)$, $B(8; 1; 1)$, $C(5; 3; 13)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_2 A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4 . $A_1(9; 3; 1)$, $A_2(8; 4; -3)$, $A_3(10; 4; 4)$, $A_4(7; -4; -7)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(8; -4; 7)$, $B(10; 0; 8)$, $C(7; -11; 7)$, $S(-3; 1; 6)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-10; -5; 4)$ параллельно плоскости $-x + y + z = 6$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+5}{1} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z}{-2}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 2; 5)$, $B(3; 1; 0)$, $C(4; 1; 1)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 10y - 2z - 11 = 0 \\ x - 3y - z - 4 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-6; -11; -9)$ относительно плоскости $-4x - 9y - 9z + 63 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{-6} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-2}{3}$ и плоскостью $\pi : x - y + z = 3$.

Вариант 17.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1 , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; 5; 6)$, $\mathbf{b}(-1; -3; -2)$, $\mathbf{c}(-2; -5; -5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(1; 3; 1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-3; 2; -9)$, $\mathbf{b}(1; 1; -2)$, $\mathbf{c}(1; -4; 4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 8; 5)$, $B(9; 9; 4)$, $C(8; 10; 5)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R . $P(5; -3; 9)$, $Q(4; -4; 7)$, $R(9; 2; 0)$, $S(3; -6; 4)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-2; 1; 4)$, $B(-3; 0; -1)$, $C(0; 2; 11)$, $S(-3; -5; -5)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-4; 6; 5)$ перпендикулярно плоскостям $x + 5y - z = -4$ и $x - 2y - 5 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 0; 0)$, $B(4; 3; -4)$, $C(2; -2; 3)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - y - z - 2 = 0 \\ 3x + 6y + 2z = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(48; -24; 32)$ на плоскость $10x - 7y + 6z - 100 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{-2} = \frac{y+6}{1} = \frac{z+1}{2}$ и плоскостью $\pi : 2x + y + 2z - 7 = 0$.

Вариант 18.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC , а M делит ребро AA_1 в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; -1; -4)$, $\mathbf{b}(0; 1; 2)$, $\mathbf{c}(-1; -2; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; -1; -1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - 8\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(1; 1; -3)$, $\mathbf{b}(-1; -1; 5)$, $\mathbf{c}(1; 1; -2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 1; 0)$, $B(3; -1; 7)$, $C(5; 2; -1)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(6; -8; -7)$, $A_2(5; -12; -5)$, $A_4(8; -3; -10)$, $B_1(12; -5; -14)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(9; 10; 4)$, $B(10; 9; 5)$, $C(8; 12; -1)$, и найти расстояние от точки $S(0; -7; -4)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-7; -2; 0)$ параллельно плоскости $x + 2y = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z+5}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 5; 2)$, $B(4; 6; 3)$, $C(6; 3; 2)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y + 2z - 9 = 0 \\ x - y + 3z - 28 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-2; 32; 8)$ на плоскость $-x + 10y + 3z = -94$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{-1} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z+2}{-2}$ и плоскостью $\pi : 4x - 3y + 2z - 1 = 0$.

Вариант 19.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(5; 5; 3)$, $\mathbf{b}(-1; -6; -2)$, $\mathbf{c}(1; 3; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-9; 5; -1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 9\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(1; 2; 1)$, $\mathbf{b}(-2; -3; -2)$, $\mathbf{c}(-1; -5; -1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 2; 3)$, $B(7; 7; 2)$, $C(2; -4; 4)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_2 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3 . $A_1(9; -5; 7)$, $A_2(7; 3; 6)$, $A_3(10; -3; 6)$, $A_4(11; -12; 9)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-2; 8; -2)$, $B(-3; 10; 2)$, $C(-3; 9; 1)$, и найти расстояние от точки $S(-6; -1; -4)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(10; -2; 2)$ параллельно прямым $\frac{x+3}{1} = \frac{y+7}{8} = \frac{z+1}{2}$ и $\frac{x-6}{-1} = \frac{y}{-7} = \frac{z}{-1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 7; 9)$, $B(-2; 12; 6)$, $C(9; 4; 11)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 4x + 2y - z - 16 = 0 \\ -x - 3y + 2z + 10 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-2; -7; -2)$ относительно плоскости $5x - 7y + 2z = -4$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{-5} = \frac{y}{3} = \frac{z-4}{1}$ и плоскостью $\pi : -x - y - z + 2 = 0$.

Вариант 20.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1 , а M делит ребро BC в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(5; 1; -3)$, $\mathbf{b}(3; 2; -2)$, $\mathbf{c}(-2; 3; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(7; -2; -4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-4; 3; -2)$, $\mathbf{b}(-20; 13; -8)$, $\mathbf{c}(7; -4; 2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 4; 0)$, $B(5; 3; -2)$, $C(7; 7; 1)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(-2; 8; 2)$, $B(-2; 10; 1)$, $D(1; 11; 7)$, $E(-1; 15; 0)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(1; 9; 0)$, $B(3; 10; 1)$, $C(-2; 10; 2)$, $S(-8; -5; -1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-4; -3; -9)$ параллельно плоскости $x - 8y + 2z = -2$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+8}{-1} = \frac{y-5}{3} = \frac{z}{-1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 2; 6)$, $B(0; 5; 1)$, $C(3; 0; 9)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - y - z - 7 = 0 \\ 2x + y - 2z + 10 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-6; -10; 15)$ на плоскость $-8x - y + 6z = -54$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{-1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+7}{-1}$ и плоскостью $\pi : 4x - 5y - 3z = -11$.

Вариант 21.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1 , а M делит ребро $D_1 C_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(0; -3; -2)$, $\mathbf{b}(1; -2; -2)$, $\mathbf{c}(3; -1; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-4; -1; -3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - 7\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(3; -5; 1)$, $\mathbf{b}(-10; 7; 6)$, $\mathbf{c}(4; -3; -1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 6; 5)$, $B(10; 4; 5)$, $C(8; 9; 6)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(-7; 9; -6)$, $B(-5; 16; -1)$, $D(-8; 17; 0)$, $A_1(-5; 13; -3)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-9; 8; 7)$, $B(-4; 9; 10)$, $C(-6; 9; 9)$, и найти расстояние от точки $S(3; -6; 0)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(2; -9; 0)$ параллельно прямой $\frac{x+2}{4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+5}{0}$ и перпендикулярно плоскости $-9x - 3y + z - 2 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 5; 2)$, $B(1; 7; 5)$, $C(3; 2; -2)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 8y + 2z + 28 = 0 \\ -2x - 9y - 3z - 17 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-42; -30; -15)$ на плоскость $10x + 5y + 4z = -66$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{1} = \frac{y-7}{3} = \frac{z-1}{-1}$ и плоскостью $\pi : 2x - 3y - 2z + 8 = 0$.

Вариант 22.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1 , а M делит ребро DC в отношении $3 : 2$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-5; 3; -4)$, $\mathbf{b}(2; -2; 1)$, $\mathbf{c}(-4; 2; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(3; -5; 2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-3; 7; 6)$, $\mathbf{b}(6; -9; -8)$, $\mathbf{c}(-2; 3; 3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 2; 4)$, $B(10; 3; -4)$, $C(9; 3; 5)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины D . $A(-9; 8; 2)$, $B(-7; 7; 3)$, $C(-19; 13; 9)$, $D(-16; 11; 10)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-7; -7; -4)$, $B(-8; -9; 3)$, $C(-6; -6; -12)$, $S(5; 7; -6)$:
 - а) составить уравнение плоскости ABC ,
 - б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(5; -1; 0)$ параллельно прямым $\frac{x+2}{1} = \frac{y+5}{1} = \frac{z+2}{8}$ и $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+3}{-9}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 3; 3)$, $B(11; 10; 1)$, $C(7; 7; 2)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 4x + 2y - 5z - 28 = 0 \\ -3x - y + 3z + 17 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(11; -16; -5)$ относительно плоскости $7x - 8y - z = 39$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{1} = \frac{y-6}{1} = \frac{z+5}{1}$ и плоскостью $\pi : 3x + 5y + 3z = 9$.

Вариант 23.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; 0; -3)$, $\mathbf{b}(-1; -1; -2)$, $\mathbf{c}(5; -3; 4)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(10; -8; 7)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 7\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-6; 4; -1)$, $\mathbf{b}(-5; 3; -1)$, $\mathbf{c}(23; -14; 0)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 9; 5)$, $B(-3; 10; 1)$, $C(2; 8; 6)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A_1(-13; -8; 3)$, $A_2(-5; 1; 2)$, $A_3(-6; 2; 7)$, $A_4(-6; 1; 4)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-7; -3; 1)$, $B(-6; -4; 6)$, $C(-9; 0; -5)$, $S(-5; -8; -2)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-7; 6; 6)$ параллельно плоскости $2x + y + 5z + 6 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+4}{1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+4}{4}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 0; 1)$, $B(8; 2; -2)$, $C(6; -1; 2)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x + y - 2 = 0 \\ 2x + y + z - 7 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(33; -5; 33)$ на плоскость $-6x + 3y - 10z = 37$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{-1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-8}{-6}$ и плоскостью $\pi : -x - y - z - 12 = 0$.

Вариант 24.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 D_1$, а M делит ребро AB в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; 1; 3)$, $\mathbf{b}(-1; -3; -4)$, $\mathbf{c}(2; 3; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(0; -5; -7)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 6\mathbf{m} + 7\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{b} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-2; -3; -6)$, $\mathbf{b}(2; 3; 5)$, $\mathbf{c}(-3; 0; -4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 5; 7)$, $B(-2; 6; 7)$, $C(15; 4; 8)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(8; -4; -2)$, $B(2; -1; 3)$, $D(15; -6; -4)$, $E(6; -4; -3)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-7; 6; -8)$, $B(-5; 7; -9)$, $C(-6; 7; -8)$, $S(-2; -3; -1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-1; -1; 2)$ параллельно плоскости $x - 3y = -9$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+5}{-1} = \frac{y+2}{-7} = \frac{z+3}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 5; 6)$, $B(-3; 4; 13)$, $C(6; 6; -3)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y - z + 14 = 0 \\ x - y + 12 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(5; 2; -1)$ относительно плоскости $x - y - 2 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{4} = \frac{y-8}{2} = \frac{z+4}{1}$ и плоскостью $\pi : x - y + z + 14 = 0$.

Вариант 25.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 B_1$, а M делит ребро AD в отношении $3 : 1$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; -1; 1)$, $\mathbf{b}(1; 4; -2)$, $\mathbf{c}(0; -5; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(7; -3; 1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{b} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(4; -2; -3)$, $\mathbf{b}(7; -8; -8)$, $\mathbf{c}(-3; 4; 5)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 1; 6)$, $B(6; 0; 5)$, $C(9; 2; 3)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S . $P(4; -2; -1)$, $Q(3; -4; -7)$, $R(-1; -1; -3)$, $S(6; -3; -2)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-8; 9; -1)$, $B(-7; 7; -7)$, $C(-7; 8; 0)$, и найти расстояние от точки $S(3; -5; -2)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-5; -7; 6)$ параллельно прямым $\frac{x}{-5} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+2}{0}$ и $\frac{x-5}{-4} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+4}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 6; 4)$, $B(13; -1; 1)$, $C(12; 1; 2)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 2y - z + 4 = 0 \\ 2x - y - z - 9 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-5; -1; 14)$ относительно плоскости $-3x + y + 8z = 15$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{-4} = \frac{y+5}{-2} = \frac{z-1}{-2}$ и плоскостью $\pi : x + y - 2z = -3$.

Вариант 26.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; -4; 2)$, $\mathbf{b}(1; -5; 3)$, $\mathbf{c}(-2; -5; 4)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-9; 8; -3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-1; 0; -4)$, $\mathbf{b}(-1; 1; -1)$, $\mathbf{c}(3; -2; 3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 8; 6)$, $B(9; 5; 8)$, $C(1; 10; 3)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_2 A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4 . $A_1(8; 1; -7)$, $A_2(13; 8; -13)$, $A_3(7; 5; -6)$, $A_4(6; 0; -4)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-8; 7; -9)$, $B(-3; 9; -11)$, $C(-6; 8; -8)$, и найти расстояние от точки $S(-1; -2; 4)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(0; -5; 4)$ перпендикулярно плоскостям $-x - y + 1 = 0$ и $6x - 2y - z + 2 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 4; 0)$, $B(0; 1; -8)$, $C(1; 2; -5)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -3x - 2y - 5z - 2 = 0 \\ 2x + y + 6z + 14 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(27; -28; -23)$ на плоскость $-7x + 7y + 5z + 131 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{-2} = \frac{y+5}{-2} = \frac{z-2}{1}$ и плоскостью $\pi : 2x - 3y + 3z = -2$.

Вариант 27.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 B_1$, а M делит ребро AD в отношении $2 : 3$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; 1; 0)$, $\mathbf{b}(4; -2; 3)$, $\mathbf{c}(6; -3; 4)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-5; 5; -6)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 7\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(1; -7; 2)$, $\mathbf{b}(1; 4; -1)$, $\mathbf{c}(1; -9; 7)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 7; 2)$, $B(2; 3; 3)$, $C(2; 4; 4)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(3; -1; -5)$, $A_2(4; -3; -4)$, $A_4(4; 0; -10)$, $B_1(0; 4; -4)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1; 1; -2)$, $B(3; 4; -8)$, $C(2; 3; -7)$, и найти расстояние от точки $S(0; 8; 2)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-2; 0; 4)$ параллельно прямым $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+6}{0}$ и $\frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+6}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 2; 0)$, $B(4; 3; -4)$, $C(9; 0; 7)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 9x + y = 0 \\ -x - y + z + 2 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-9; -2; 1)$ относительно плоскости $-3x - 2y + z = -3$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{1}$ и плоскостью $\pi : 3x + 4y - z = 7$.

Вариант 28.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1 , а M делит ребро $D_1 C_1$ в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; -2; 3)$, $\mathbf{b}(-4; 1; 2)$, $\mathbf{c}(-2; 2; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-6; 3; 2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -6\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(3; -2; -4)$, $\mathbf{b}(5; 1; -2)$, $\mathbf{c}(-3; 4; 2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 2; 6)$, $B(9; -6; 0)$, $C(8; -3; 1)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2 . $A_1(8; -9; 7)$, $A_2(10; -10; 4)$, $A_3(13; 0; -1)$, $A_4(5; -7; 12)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(4; -7; -10)$, $B(0; -8; -9)$, $C(7; -6; -12)$, и найти расстояние от точки $S(0; -3; -4)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(2; -5; -1)$ параллельно прямым $\frac{x+8}{-4} = \frac{y+7}{1} = \frac{z+7}{-1}$ и $\frac{x+1}{9} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+8}{2}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 8; 2)$, $B(14; 11; -6)$, $C(7; 7; 5)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 10y + 19 = 0 \\ -x - 3y + z - 16 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-34; -22; -22)$ на плоскость $-8x - 7y - 7z + 68 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{-3} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-4}{2}$ и плоскостью $\pi : x - y - 2z = 9$.

Вариант 29.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC , а M делит ребро AA_1 в отношении $3 : 2$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-5; -3; 2)$, $\mathbf{b}(2; 3; -1)$, $\mathbf{c}(-3; -2; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(2; 1; -1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 5\mathbf{m} - 6\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{a} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(6; 2; -5)$, $\mathbf{b}(3; 1; -2)$, $\mathbf{c}(-9; -2; 7)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 2; 3)$, $B(2; 3; 3)$, $C(1; 3; 4)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(7; 8; 9)$, $B(9; 7; 8)$, $D(0; 14; 15)$, $A_1(-3; 16; 16)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(5; -3; 4)$, $B(3; -9; 5)$, $C(4; -4; 4)$, $S(-3; -4; 4)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-3; 1; -9)$ параллельно плоскости $5x - 4y - 5z = 1$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{3}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 4; 6)$, $B(6; 3; 10)$, $C(3; 5; 3)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + 2y - z - 3 = 0 \\ -3x - y + z - 11 = 0 \end{cases}$$
.
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-16; 12; 8)$ относительно плоскости $9x - 7y - 4z + 41 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{2} = \frac{y-7}{-2} = \frac{z+2}{-2}$ и плоскостью $\pi : 2x - 2y + z = -12$.

Вариант 30.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC , а M делит ребро DD_1 в отношении $2 : 1$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(5; -2; 2)$, $\mathbf{b}(-6; 3; -2)$, $\mathbf{c}(5; -2; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(6; 0; -1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-2; 1; -3)$, $\mathbf{b}(-2; 4; -1)$, $\mathbf{c}(3; 1; 3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 7; 9)$, $B(5; 6; 7)$, $C(6; 9; 12)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(-3; 4; 9)$, $B(-1; 5; 13)$, $D(-4; 4; 7)$, $E(-6; 10; 8)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0; 3; 0)$, $B(5; 4; -2)$, $C(-2; 4; -1)$, и найти расстояние от точки $S(7; 3; 4)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-5; 4; -7)$ параллельно плоскости $9x + 7y - 2z - 2 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-2}{-5} = \frac{y+5}{-3} = \frac{z+5}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 0; 1)$, $B(-1; -2; 2)$, $C(4; 1; 0)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 3y - z - 23 = 0 \\ 2x - y - z - 22 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(10; -6; -9)$ относительно плоскости $3x - 4y - 3z + 4 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{1} = \frac{y-8}{-4} = \frac{z+3}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x - y + z = 9$.

Вариант 31.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; 5; -5)$, $\mathbf{b}(0; 6; -5)$, $\mathbf{c}(-1; -4; 4)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(3; -9; 5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(1; 6; 2)$, $\mathbf{b}(1; -5; -5)$, $\mathbf{c}(0; 2; 5)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 2; 1)$, $B(-7; 3; 3)$, $C(-8; 3; 4)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ACD и высоту, опущенную на эту грань из вершины B . $A(-6; 5; 0)$, $B(-10; 8; 3)$, $C(-5; 0; -1)$, $D(-3; 1; -2)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-10; 7; 10)$, $B(-15; 14; 0)$, $C(-8; 4; 13)$, $S(0; 5; 5)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(10; -3; -4)$ параллельно плоскости $2x + y + 4z - 2 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+8}{3}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 2; 5)$, $B(10; 5; 6)$, $C(7; 1; 5)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 4y - 2z + 9 = 0 \\ 2x - 7y - 3z + 21 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-2; 11; 9)$ относительно плоскости $3x - 7y - 4z + 8 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{1} = \frac{y-5}{5} = \frac{z}{-3}$ и плоскостью $\pi : -x + y - z = -3$.

Вариант 32.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB , а M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении $1 : 2$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; 3; -5)$, $\mathbf{b}(-3; 2; -3)$, $\mathbf{c}(1; -1; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(1; 3; -6)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -6\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 5\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 4\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-4; 2; 5)$, $\mathbf{b}(-13; 9; -14)$, $\mathbf{c}(3; -1; 5)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 4; 9)$, $B(8; 3; 10)$, $C(-1; 1; 11)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(0; -1; -7)$, $B(4; -10; -5)$, $D(-5; 0; -9)$, $A_1(-2; 1; -8)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(8; 0; 1)$, $B(11; -9; -1)$, $C(7; 4; 2)$, $S(-4; -3; 5)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-2; 0; -1)$ параллельно плоскости $x - 6y + 6 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+8}{1} = \frac{y+5}{1} = \frac{z-1}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 8; 8)$, $B(1; 13; 6)$, $C(5; 6; 9)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 5x - 2y - z - 6 = 0 \\ 3x - y - 2z + 3 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-30; -2; 14)$ на плоскость $-10x - 3y + 6z = -190$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{3} = \frac{y-6}{5} = \frac{z+3}{3}$ и плоскостью $\pi : x + y - z = -11$.

Вариант 33.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC , а M делит ребро BB_1 в отношении $2 : 3$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; 0; 2)$, $\mathbf{b}(-1; -4; -6)$, $\mathbf{c}(1; 3; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-3; 1; -1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{b} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(1; 3; -3)$, $\mathbf{b}(-1; -2; 2)$, $\mathbf{c}(1; 4; -1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 7; 2)$, $B(7; 12; 0)$, $C(10; 4; 5)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(6; 6; 5)$, $B(9; 11; 12)$, $D(3; 5; 2)$, $E(8; 6; 6)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-8; 6; -2)$, $B(-6; 14; -1)$, $C(-9; 5; -2)$, $S(-7; -2; -3)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-4; 3; -3)$ параллельно прямой $\frac{x-4}{-7} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+8}{1}$ и перпендикулярно плоскости $8x + y - z + 4 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 5; 0)$, $B(0; 2; -1)$, $C(7; 7; 1)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 4y - 4z + 17 = 0 \\ -x + 3y + 5z - 23 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(16; -1; -5)$ относительно плоскости $9x - 2y - z = 22$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+5}{2}$ и плоскостью $\pi : x + 4y - 2z = -3$.

Вариант 34.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; 4; -5)$, $\mathbf{b}(1; -2; 3)$, $\mathbf{c}(1; -1; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(5; -5; -4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 6\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-2; -1; -1)$, $\mathbf{b}(12; 8; -1)$, $\mathbf{c}(-3; -2; 1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 4; 5)$, $B(7; 6; 4)$, $C(8; 3; 6)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R . $P(0; 1; -8)$, $Q(-4; 2; -9)$, $R(-3; 3; -6)$, $S(-8; 2; -14)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(9; -8; 1)$, $B(12; -1; 0)$, $C(10; -4; 1)$, $S(5; 2; 4)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(9; -4; -6)$ параллельно прямым $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+4}{2}$ и $\frac{x+5}{-1} = \frac{y+4}{-5} = \frac{z+3}{-1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 3; 9)$, $B(11; 1; 10)$, $C(10; 2; 10)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 2y - 2z + 4 = 0 \\ -x - y + 5z + 27 = 0 \end{cases}$$
.
12. Найти проекцию точки $M(15; -9; 12)$ на плоскость $-8x + 6y - 7z - 40 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{1} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z+4}{3}$ и плоскостью $\pi : -2x + 3y - z + 5 = 0$.

Вариант 35.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 B_1$, а M делит ребро AD в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; -2; -1)$, $\mathbf{b}(0; -3; 1)$, $\mathbf{c}(-2; 1; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-2; 4; 3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(3; -2; -2)$, $\mathbf{b}(-5; 5; 3)$, $\mathbf{c}(10; -5; -3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 0; 1)$, $B(5; 4; 2)$, $C(4; 3; 1)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_2 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3 . $A_1(-5; -3; 0)$, $A_2(-10; -13; -3)$, $A_3(-7; -8; -1)$, $A_4(-4; -5; 2)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-10; 7; 5)$, $B(-9; 9; 5)$, $C(-8; 6; 6)$, $S(0; -4; 5)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(9; 3; 5)$ параллельно прямым $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-6}{-4} = \frac{z+5}{2}$ и $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-6}{3}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 6; 6)$, $B(11; 2; 5)$, $C(5; 7; 6)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y + z - 7 = 0 \\ -9x - y - 19 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(1; -22; -17)$ относительно плоскости $7y + 5z = -54$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-3} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{1}$ и плоскостью $\pi : x - 3y + 2z = -7$.

Вариант 36.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро AB в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(4; 0; -5)$, $\mathbf{b}(3; 2; -3)$, $\mathbf{c}(-2; -3; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(3; 8; -2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-2; 2; -1)$, $\mathbf{b}(7; -2; -7)$, $\mathbf{c}(-5; 3; 4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 9; 7)$, $B(4; 10; 7)$, $C(0; 8; 8)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(3; -2; 0)$, $B(1; -5; -6)$, $D(0; -5; -7)$, $A_1(3; 0; 3)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-7; 4; -4)$, $B(-4; 6; -3)$, $C(-5; 7; -2)$, и найти расстояние от точки $S(2; 0; 7)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-2; 5; -1)$ параллельно плоскости $2x + y + z - 3 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 5; 4)$, $B(12; 7; 1)$, $C(-1; 2; 9)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 2y - 6z - 9 = 0 \\ -2x - 3y + 7z + 7 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(17; -1; 20)$ на плоскость $-5x + 2y - 5z = -25$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{1}$ и плоскостью $\pi : 2x + 3y + 4z = 8$.

Вариант 37.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1 , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; -4; 2)$, $\mathbf{b}(-3; 5; -1)$, $\mathbf{c}(-1; -2; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(3; -7; 2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-1; 4; -1)$, $\mathbf{b}(4; -3; 2)$, $\mathbf{c}(-15; 5; -3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 1; 0)$, $B(4; 9; 1)$, $C(1; 0; 0)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2 . $A_1(-3; -2; 4)$, $A_2(-12; -4; -6)$, $A_3(3; -4; 9)$, $A_4(-1; -3; 5)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-6; -1; 10)$, $B(-11; -2; 8)$, $C(2; 1; 13)$, $S(7; -4; 2)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(10; 8; 0)$ перпендикулярно плоскостям $-4x + 7y + 3z = 0$ и $-3x + 5y + 2z = -2$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 0; 0)$, $B(5; -4; 3)$, $C(5; -3; 2)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + y + z + 11 = 0 \\ 8x + y + 2z + 16 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-45; -17; -46)$ на плоскость $10x + 3y + 10z + 125 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{-1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-5}{-1}$ и плоскостью $\pi : -7x + 2y - z + 8 = 0$.

Вариант 38.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $D_1 C_1$, а M делит ребро AD в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; -5; 2)$, $\mathbf{b}(-1; 1; 4)$, $\mathbf{c}(1; 5; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-4; -6; 3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(1; -1; 1)$, $\mathbf{b}(2; 3; -14)$, $\mathbf{c}(2; 1; 4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 5; 6)$, $B(1; 6; 5)$, $C(2; 12; 5)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S . $P(3; 9; 0)$, $Q(5; 8; -5)$, $R(0; 11; 9)$, $S(4; 8; -10)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2; 10; 1)$, $B(-1; 12; 2)$, $C(3; 11; 2)$, и найти расстояние от точки $S(7; -6; -5)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(2; 3; 4)$ параллельно плоскости $7x - 4y - 5z = 8$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+2}{-4} = \frac{y-6}{1} = \frac{z-1}{3}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 1; 6)$, $B(7; -4; 14)$, $C(10; 3; 3)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + y - 6 = 0 \\ -2x + 8y - z - 4 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(6; -12; 6)$ на плоскость $-2x - y + z = -6$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{2} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-3}{-1}$ и плоскостью $\pi : -x + 2y + 2z + 14 = 0$.

Вариант 39.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC , а M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-6; 5; -4)$, $\mathbf{b}(-5; 2; -3)$, $\mathbf{c}(1; -2; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-3; -3; -1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 6\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(0; 4; -1)$, $\mathbf{b}(2; -1; 2)$, $\mathbf{c}(5; -2; 4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 8; 1)$, $B(-2; 13; -7)$, $C(5; 5; 6)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(1; 0; 0)$, $A_2(2; -3; -1)$, $A_4(-2; -1; -5)$, $B_1(4; 0; 4)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-9; -1; 1)$, $B(-8; 0; 3)$, $C(-10; 0; 4)$, и найти расстояние от точки $S(0; -1; -1)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(5; 8; 8)$ перпендикулярно плоскостям $7x + y - 2z - 8 = 0$ и $-x + y - z + 6 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 8; 2)$, $B(5; 6; 2)$, $C(5; 7; 3)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -6x + 2y + z - 1 = 0 \\ 5x - y + 5 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-34; 11; -3)$ на плоскость $9x - y + z = 12$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{2}$ и плоскостью $\pi : 3x + y - z - 14 = 0$.